

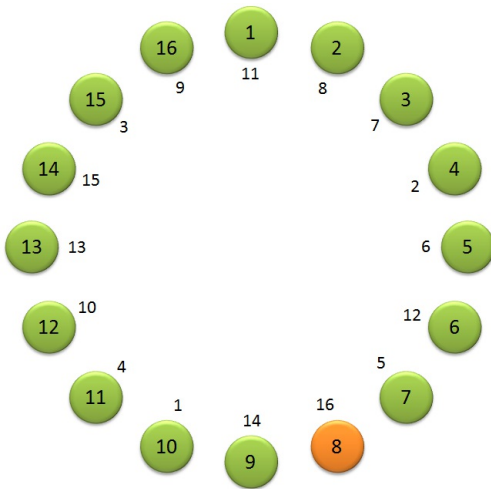
Heir

A long time ago there lived a rich farmer who had sixteen children, eight by his first wife who was deceased and eight by his second wife. His second wife, however, wanted to ensure that her eldest son would inherit the property of the farmer. That's why one day she made him the following proposal:

Dearest husband, you're getting older. We urgently need to determine who will be your heir. Let us line up the sixteen children in a circle. Starting with one of the children, we can then clockwise remove every tenth child out of the circle until only one child remains to whom you'll leave your property.

The farmer accepted the proposal. However, after the seventh child was removed from the circle the farmer noticed that all children who had previously been removed from the circle were children of his first wife. The farmer stopped the selection, because he could see that the last child he had with his first wife was next in line to be removed from the circle.

The farmer suggested to resume where they had come after the seventh child was removed from the circle, but to begin counting counterclockwise from that point. The woman — forced to decide quickly — agreed because she believed the odds were in her favour. Who eventually became the heir to the farmer?



If the selection is applied to a farmer who has eight children with each wife, and each tenth child is removed from the circle, then the child at position eight is heir to the farmer. The circles represent the children. The numbers in the circles represents a numbering of the children, which we have numbered beginning with 1 for the child on top of the circle and continuing clockwise. The numbers on the inside of the circle indicate the order in which the children are removed from the circle in the selection process.

Assignment

A farmer has k children with each of his two wives. All the children are placed in a circle, and numbered clockwise from 1 to $2k$. We start counting clockwise from child number 1, where each n -th child is removed from circle. After $k - 1$ children were removed from the circle, the continues counterclockwise. The circle gets smaller and smaller, and the last child that remains is the heir to the farmer.

Write a function `heir` to which the values `k` and `n` must be passed, in which you may assume that `k >= 2`. The function should return a list indicating the order in which the children were removed from the circle. The first child removed is thus first in the list, and the eventual heir last in the list. Use the serial numbers of the children as elements in the list.

Example

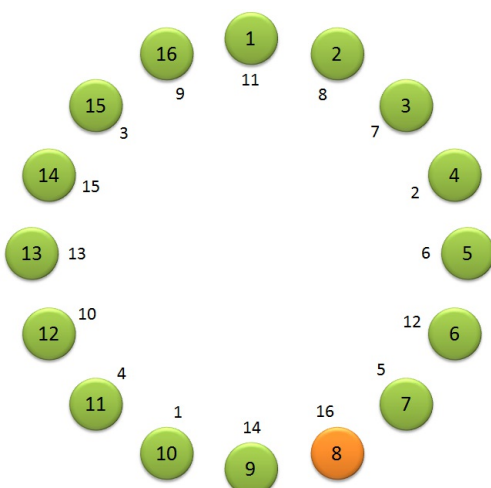
```
>>> heir(8, 10)
[10, 4, 15, 11, 7, 5, 3, 2, 16, 12, 1, 6, 13, 9, 14, 8]
>>> heir(8, 3)
[3, 6, 9, 12, 15, 2, 7, 1, 13, 8, 16, 10, 14, 4, 11, 5]
>>> heir(10, 5)
[5, 10, 15, 20, 6, 12, 18, 4, 13, 3, 16, 7, 14, 1, 8, 9, 2, 17, 11, 19]
```

Heel lang geleden leefde er eens een rijke boer die zestien kinderen had, acht bij zijn eerste vrouw die overleden was en acht bij zijn tweede vrouw. Zijn tweede vrouw wilde echter alles in het werk stellen opdat haar oudste zoon de eigendommen van de boer zou erven. Daarom deed ze op een dag het volgende voorstel:

Liefste echtgenoot, je wordt al een dagje ouder. We moeten dringend regelen wie je erfgenaam zal worden. Laat ons de zestien kinderen in een cirkel opstellen. Te beginnen bij één van de kinderen kunnen we dan in wijzerzin elk tiende kind uit de cirkel verwijderen, totdat er slechts één kind overblijft aan wie je je eigendommen zult nalaten.

De boer aanvaardde het voorstel, en zo gezegd, zo gedaan. Nadat het zevende kind uit de cirkel was verwijderd, stelde de boer echter met verbazing vast dat alle kinderen die tot dan toe uit de cirkel waren verwijderd, kinderen waren die hij met zijn eerste vrouw had gekregen. De boer legde daarop prompt de selectieprocedure stil, omdat hij ook al in de gaten had gekregen dat het laatste kind dat hij met zijn eerste vrouw had als volgende aan de beurt was om uit de cirkel verwijderd te worden.

De boer stelde voor om de selectieprocedure te hervatten waar ze gekomen waren nadat het zevende kind uit de cirkel was verwijderd, maar om vanaf dat punt in tegenwijzerzin te beginnen tellen. De vrouw — gedwongen om snel te beslissen — ging direct akkoord omdat de kansen 8 tegen 1 waren in het voordeel van haar kant van de familie. Wie werd uiteindelijk de erfgenaam van de boer?



Als de selectieprocedure wordt toegepast voor een boer die acht kinderen heeft bij elke vrouw, en waarbij elk tiende kind uit de cirkel verwijderd wordt, dan wordt het kind op positie acht de erfgenaam van de boer. De cirkels stellen de kinderen voor. De getallen in de cirkels stelt een nummering van de kinderen voor, die we in wijzerzin hebben genummerd vanaf 1 te beginnen bij het kind bovenaan de cirkel. De getallen aan de binnenkant van de cirkel geven aan in welke volgorde de kinderen uit de cirkel verwijderd worden bij de selectieprocedure.

Opgave

Een boer heeft k kinderen bij elk van zijn twee vrouwen. Alle kinderen worden in een cirkel geplaatst, en in wijzerzin genummerd van 1 tot en met $2k$. We beginnen in wijzerzin af te tellen vanaf kind nummer 1, waarbij elk n -de kind uit de cirkel wordt verwijderd. Nadat $k - 1$ kinderen uit de cirkel verwijderd werden, wordt verder geteld in tegenwijzerzin. De cirkel wordt steeds kleiner en kleiner, en het laatste kind dat overblijft wordt de erfgenaam van de boer.

Schrijf een functie erfgenaam waaraan de waarden k en n moeten doorgegeven worden, waarbij je er mag van uitgaan dat $k \geq 2$. De functie moet een lijst teruggeven die de volgorde aangeeft waarin de kinderen uit de cirkel verwijderd werden. Het eerst verwijderde kind staat daarbij als eerste in de lijst, en de uiteindelijke erfgenaam als laatste in de lijst. Gebruik de volgnummers waarmee de kinderen in de lijst genummerd werden als elementen in de lijst.

Voorbeeld

```
>>> erfgenaam(8, 10)
[10, 4, 15, 11, 7, 5, 3, 2, 16, 12, 1, 6, 13, 9, 14, 8]
>>> erfgenaam(8, 3)
[3, 6, 9, 12, 15, 2, 7, 1, 13, 8, 16, 10, 14, 4, 11, 5]
>>> erfgenaam(10, 5)
[5, 10, 15, 20, 6, 12, 18, 4, 13, 3, 16, 7, 14, 1, 8, 9, 2, 17, 11, 19]
```