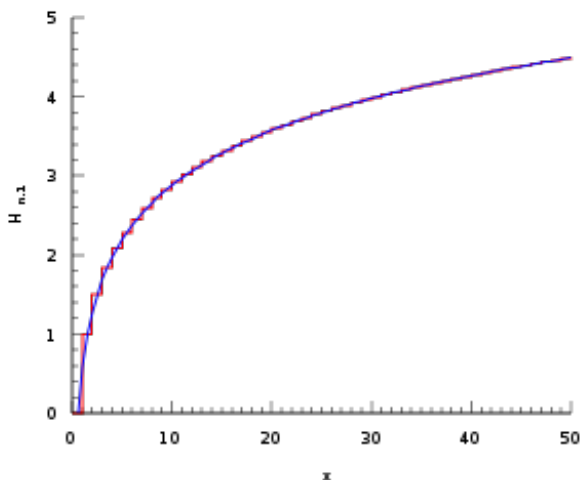


Harmonic numbers

The n -th harmonic number is the sum $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$

For smaller values of n it is simple to just calculate this sum. However, if n is very large, it can take up a lot of time. For larger values of n , it is better to use an approach that is easy to calculate. You can approach the harmonic numbers using the formula below: $\ln(n) + \gamma + \frac{1}{2n} - \frac{1}{12n^2} + \frac{1}{120n^4}$

Here, \ln is the [natural logarithm](#). The γ in the formula is the [Euler-Mascheroni constant](#) (not to be mistaken with the Euler number that is represented by e) and is about equal to 0.577215664901532.



The red line shows the harmonic numbers.

Assignment

- Write a function `harmonicExact` that exactly calculates the n -th harmonic number. The function takes one argument: n .
- Write a function `harmonicApproach` that makes an approached calculation of the n -th harmonic number. The function takes one argument: n .
- Write a function `harmonic` that exactly calculates the n -th harmonic number if n is smaller than 100 and that makes a rough calculation for other values. The function takes one argument: n . Avoid unnecessary duplication of code.

Example

```
>>> harmonicExact(10)
2.9289682539682538
```

```
>>> harmonicApproach(10)
2.9289682578955776
```

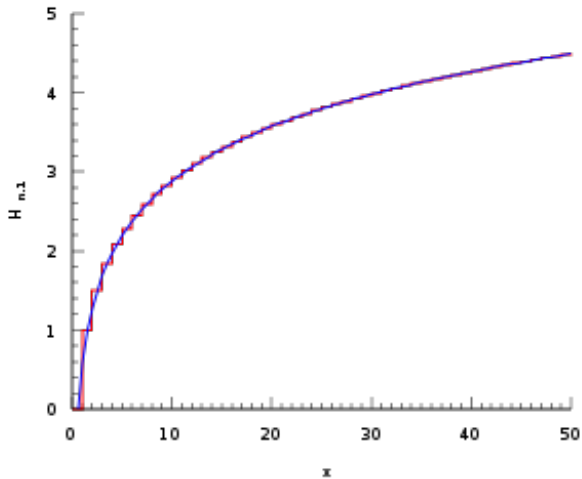
```
>>> harmonic(10)
2.9289682539682538
```

Het n -de harmonische getal is de som $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$

Voor kleine waarden van n is het eenvoudig om deze som te gewoon berekenen. Als n

echter zeer groot wordt, dan kan dit heel wat tijd in beslag nemen. Voor grote waarden van n gebruik je dus beter een benadering die eenvoudig te berekenen is. De harmonische getallen kan je benaderen met onderstaande formule:
$$\ln(n) + \gamma + \frac{1}{2n} - \frac{1}{12n^2} + \frac{1}{120n^4}$$

Hierbij staat \ln voor de [natuurlijke logaritme](#). De γ uit de formule is de [constante van Euler-Mascheroni](#) (niet te verwarren met het getal van Euler dat voorgesteld wordt door e) en is ongeveer gelijk aan 0.577215664901532.



De rode lijn toont de harmonische getallen.

Opgave

- Schrijf een functie `harmonischExact` die het n -de harmonische getal exact berekent. De functie neemt één argument: n .
- Schrijf een functie `harmonischBenaderd` die het n -de harmonische getal benaderd berekent. De functie neemt één argument: n .
- Schrijf een functie `harmonisch` die het n -de harmonische getal berekent door de exacte manier te gebruiken als n kleiner is dan 100 en de benadering voor andere waarden. De functie neemt één argument: n . Vermijd overbodige duplicatie van code.

Voorbeeld

```
>>> harmonischExact(10)
2.9289682539682538
```

```
>>> harmonischBenaderd(10)
2.9289682578955776
```

```
>>> harmonisch(10)
2.9289682539682538
```